

# формулы степеней

определения и основные формулы

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$
- $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$
- $a^n \cdot b^n = (ab)^n$
- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

Практические и полезные формулы

- $i^m = 1$
- $a^{-1} = \frac{1}{a}$
- $a^1 = a$
- $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
- $a^0 = 1$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$

# тождества на корни

уравнение с корнем в одной части

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = (g(x))^2 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

неравенства с корнем в одной части

$$\sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \\ f(x) > (g(x))^2 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < (g(x))^2 \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} \geq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \\ f(x) \geq (g(x))^2 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq (g(x))^2 \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

# производные функций

производные основных функций

функция	производная	функция	производная
c	0	ln x	$\frac{1}{x}$
x	1	$\log_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$
$x^n$	$n x^{n-1}$	sin x	cos x
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	cos x	-sin x
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	tg x	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$e^x$	$e^x$	ctg x	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$a^x$	$a^x \cdot \ln a$		

правила вычисления производных

- $a \cdot f' = a \cdot (f)'$
- $(f+g)' = (f)'+(g)'$
- $(f \cdot g)' = f'(g) + f \cdot (g)'$
- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{(f)' \cdot g - f \cdot (g)'}{g^2}$
- $(f \cdot g)' = (f)' \cdot g + f \cdot (g)'$

точка максимума/минимума функции — находим x  
наибольшее/наименьшее значение функции — находим y

# формулы корней

определения и основные формулы

- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
- $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$
- $(\sqrt[k]{a})^n = \sqrt[k \cdot n]{a}$
- $\sqrt[n]{a^k} = \sqrt[n]{a}$
- $\sqrt[m]{a^m} = a$
- $(\sqrt[k]{a})^k = \sqrt[k]{a^k} = |a|$

Практические и полезные формулы

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- $\sqrt{a^2} = |a|$

# тождества на корни

уравнение с корнями в обеих частях

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) \geq 0 \text{ (или } f(x) \geq 0) \end{cases}$$

неравенства с корнями в обеих частях

$$\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} \geq \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

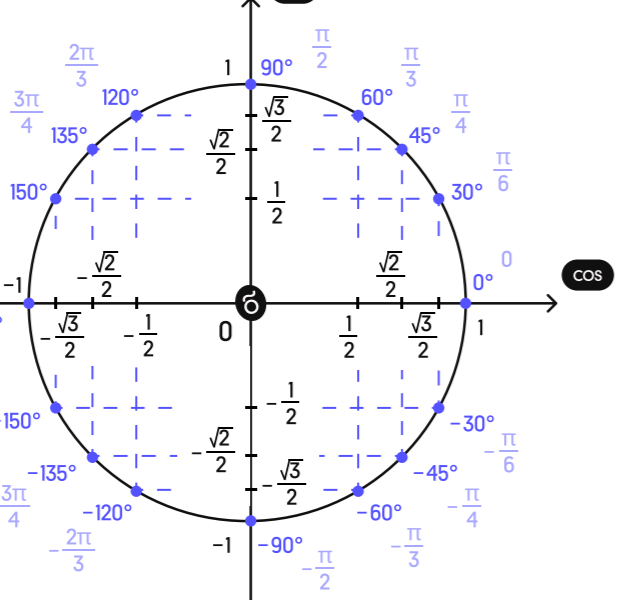
$$\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \neq g(x) \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

# тригонометрическая окружность

тригонометрические значения на круге



тригонометрические значения в таблице

градусы	радианы	sin	cos	tg	ctg
0°	0	0	1	0	-
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	-	0

# формулы логарифмов

определения и основные формулы

- $a^{\log_a b} = b$
- $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$
- $\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$
- $\log_a b \cdot \log_c d = \log_c b \cdot \log_a d$
- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a a^n = n$
- $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$
- $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
- $\log_a a^n = n$
- $\log_a b^n = n \cdot \log_a |b|$

Практические и полезные формулы

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a a^n = n$
- $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$
- $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
- $\log_a a^n = n$
- $\log_a b^n = n \cdot \log_a |b|$

# тождества на корни

уравнение с умножением на корень

$$f(x) \cdot \sqrt{g(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) \text{ в ОДЗ} \\ g(x) = 0 \end{cases}$$

неравенства с умножением на корень

$$f(x) \cdot \sqrt{g(x)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

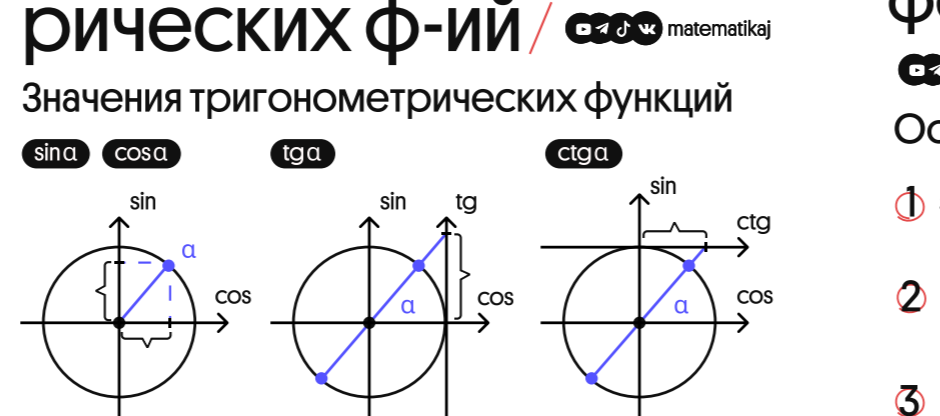
$$f(x) \cdot \sqrt{g(x)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$f(x) \cdot \sqrt{g(x)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$$

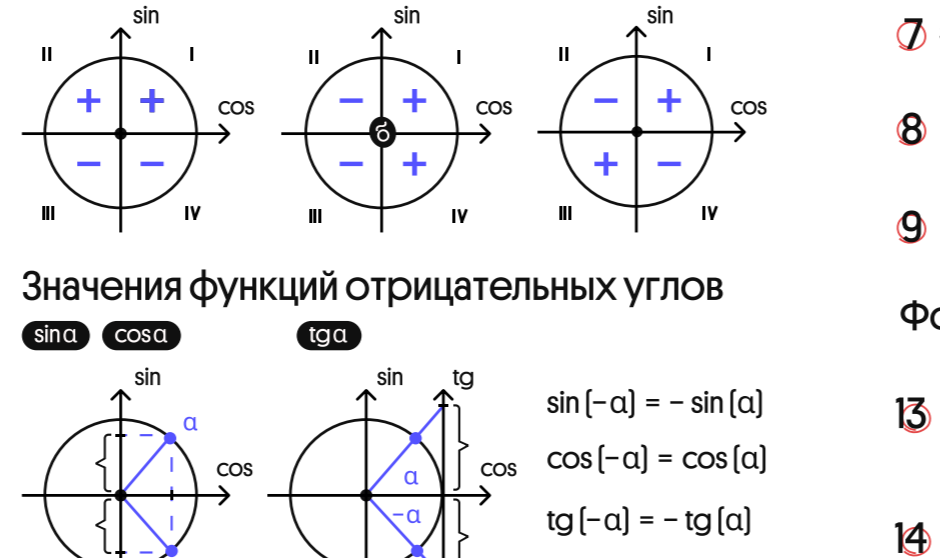
$$f(x) \cdot \sqrt{g(x)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$$

# свойства тригонометрических функций

значения тригонометрических функций



значения функций отрицательных углов



# ограничения и ОДЗ

ограничения для выражений

выражение	ограничения	пример выражения
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$g(x) \neq 0$	$\frac{3}{2x+1} \rightarrow 2x+1 \neq 0$
$\sqrt{f(x)}$	$f(x) \geq 0$	$\sqrt{2x+1} \rightarrow 2x+1 \geq 0$
$\log_{f(x)} g(x)$	$\begin{cases} f(x) \neq 1 \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$	$\log_x [2x] \rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x > 0 \\ 2x > 0 \end{cases}$
tg(x)	$\cos(x) \neq 0$	$\text{tg}(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
ctg(x)	$\sin(x) \neq 0$	$\text{ctg}(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

ограничения для уравнений

уравнение	ограничения	пример уравнения
$\sqrt{f(x)} = g(x)$	$g(x) > 0$	$\sqrt{2x+1} = x \rightarrow x > 0$
$a^{f(x)} = g(x)$	$g(x) > 0$	$2^{2x+1} = x \rightarrow x > 0$
$\sin(x) = g(x)$	$-1 < g(x) < 1$	$\sin(x) = x \rightarrow -1 < x < 1$
$\cos(x) = g(x)$	$-1 < g(x) < 1$	$\cos(x) = x \rightarrow -1 < x < 1$

# тождества для модулей

уравнение с модулями в обеих частях

$$|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

неравенство с модулями в обеих частях

$$|f(x)| < |g(x)| \Leftrightarrow (f(x) - g(x)) \cdot (f(x) + g(x)) < 0$$

$$|f(x)| \leq |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ f(x) \geq -g(x) \end{cases}$$

$$|f(x)| \geq |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq -g(x) \\ f(x) \geq g(x) \end{cases}$$

# формулы тригонометрии

основные соотношения

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $1 + \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $1 + \text{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
- $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$
- $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$
- $\text{tg} \alpha \cdot \text{ctg} \alpha = 1$

формулы двойного угла

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\text{tg} 2\alpha = \frac{2 \text{tg} \alpha}{1 - \text{tg}^2 \alpha}$
- $\text{ctg} 2\alpha = \frac{\text{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \text{ctg} \alpha}$

формулы понижения степени

- $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$
- $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$
- $\text{tg}^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$
- $\text{ctg}^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}$

# тождества на произведение

уравнение с умножением и делением ф-ий

$$f(x) \cdot g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases} \quad \frac{f(x)}{g(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$$

неравенства с умножением и делением ф-ий

$$f(x) \cdot g(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

$$f(x) \cdot g(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \\ f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

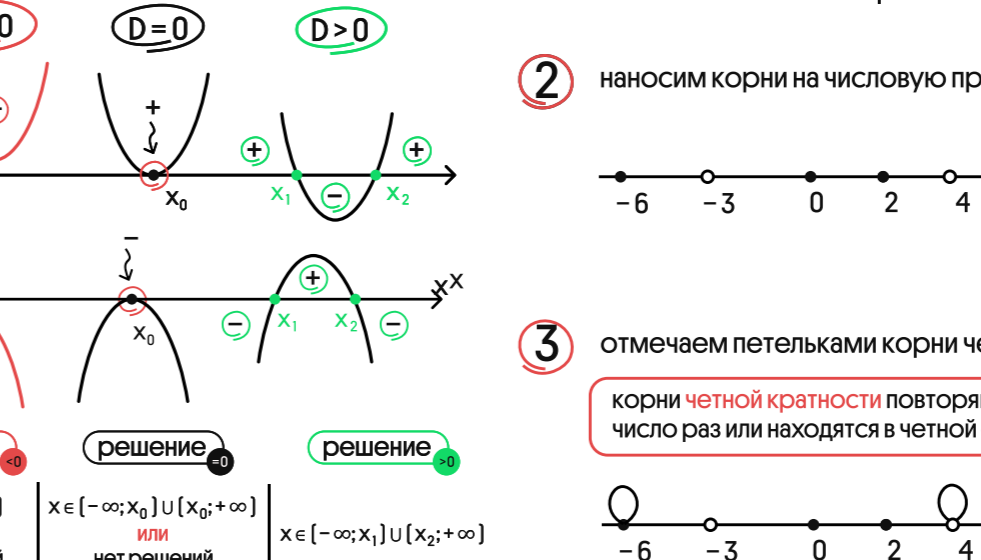
$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \\ f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

# квадратные нер-ва

решение квадратного нер-ва

- приводим неравенство к стандартному виду  $ax^2 + bx + c > 0$
- приводим к виду  $ax^2 + bx + c < 0$
- находим дискриминант и корни  $D = b^2 - 4ac$

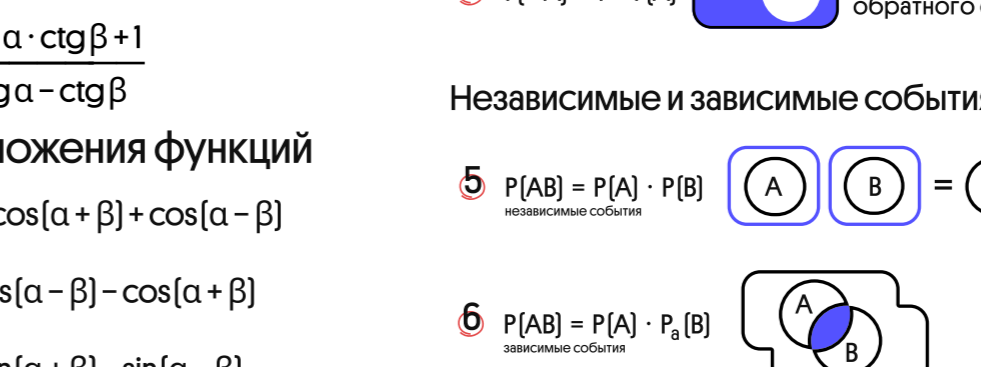


# теория вероятностей

основная формула вероятностей

- $P = \frac{m}{n}$
- $P_{\text{полн}} = 1$
- $0 < P < 1$
- $P(-A) = 1 - P(A)$
- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

свойства вероятностей



# метод рационализации

рационализация показательных

$$p(x)^{f(x)} - p(x)^{g(x)} \Leftrightarrow (p(x) - 1) \cdot (f(x) - g(x)) > 0$$

$$p(x)^{f(x)} - 1 \Leftrightarrow (p(x) - 1) \cdot f(x)$$

$$p(x)^{f(x)} - h(x)^{g(x)} \Leftrightarrow (p(x) - h(x)) \cdot f(x)$$

$$\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow f(x) - g(x)$$

$$\log_{p(x)} f(x) - \log_{p(x)} g(x) \Leftrightarrow (p(x) - 1) \cdot (f(x) - g(x))$$

$$\log_{p(x)} f(x) - 1 \Leftrightarrow (p(x) - 1) \cdot (f(x) - p(x))$$

$$\log f(x) \Leftrightarrow (p(x) - 1) \cdot (f(x) - 1)$$

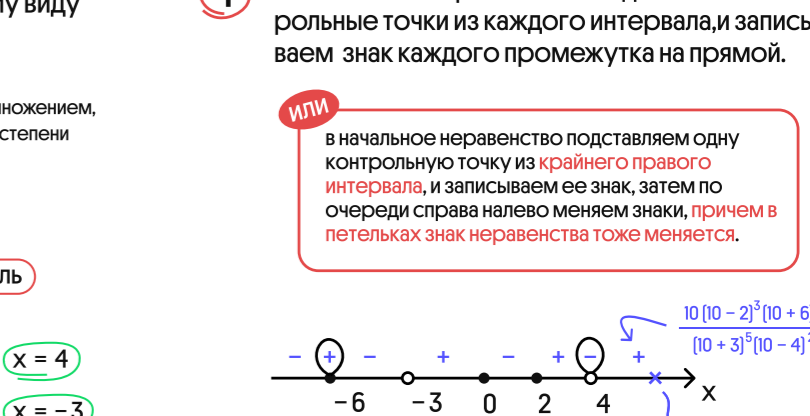
$$\log_{p(x)} f(x) - 1 \Leftrightarrow (p(x) - 1) \cdot (f(x) - p(x))$$

$$\log f(x) \Leftrightarrow (p(x) - 1) \cdot (f(x) - 1)$$

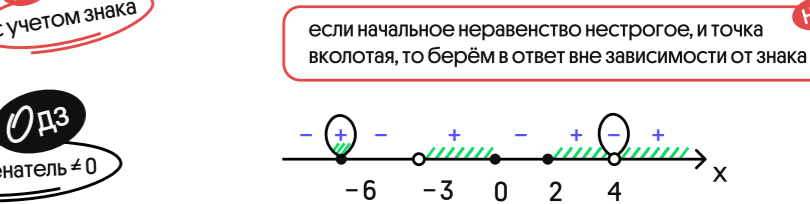
# метод интервалов

алгоритм метода интервалов

- приводим неравенство к стандартному виду
- ищем нули (или корни) множителей
- носим корни на числовую прямую
- отмечаем петельками корни четной кратности



выбираем нужные промежутки по знаку начального неравенства



записываем ответ, причем обязательно слева направо по числовой прямой

$$\text{Ответ: } x \in \{-6\} \cup [-3; 0] \cup [2; 4] \cup \{4; +\infty\}$$

# несовместные и совместные события

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P_{\text{совм}} = P(A_1) + P(B_1) - P(A_1 \cap B_1)$$

$$P_{\text{несовм}} = P(A_1) + P(B_1)$$

$$P_{\text{незав}} = P(A_1) \cdot P(B_1)$$

$$P_{\text{незав}} = P(A_1) \cdot P(B_1)$$

$$P_{\text{незав}} = P(A_1) \cdot P(B_1) + P(A_2) \cdot P(B_2)$$

$$P_{\text{незав}} = P(A_1) \cdot P(B_1) + P(A_2) \cdot P(B_2)$$

# формулы движения

математика / S — расстояние; V — скорость; t — время

## Основные формулы движения

1  $V = \frac{S}{t}$     2  $S = V \cdot t$     3  $t = \frac{S}{V}$

## Перевод единиц измерения

4  $(\text{м}) \times 1000 = (\text{км})$   
перевод [м] в [км]  
7  $\left(\frac{\text{км}}{\text{ч}}\right) \times \frac{1000}{3600} = \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$   
перевод [км/ч] в [м/с]  
5  $(\text{с}) \times 60 = (\text{мин})$   
перевод [с] в [мин]  
8  $\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) \times \frac{3600}{1000} = \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}}\right)$   
перевод [м/с] в [км/ч]  
6  $(\text{мин}) \times 60 = (\text{ч})$   
перевод [мин] в [ч]  
9  $\left(\frac{\text{км}}{\text{ч}}\right) \times \frac{1000}{60} = \left(\frac{\text{м}}{\text{мин}}\right)$   
перевод [км/ч] в [м/мин]

## Средняя скорость

10  $V_{\text{ср}} = \frac{S_0}{t_0}$ , где  $S_0 = S_1 + S_2 + S_3$ ;  $t_0 = t_1 + t_2 + t_3$   
весь путь / всё время

# формулы треугольников

## Медиана треугольника

14 **определение**  
AM = MB  
CM — медиана  
15  $S_{\text{ACM}} = S_{\text{MCB}}$

## Биссектриса треугольника

16 **определение**  
 $\angle ACN = \angle NCB$   
CN — биссектриса  
17  $\angle ACN = \frac{\angle ACB}{2}$   
18 точка O — центр вписанной окружности

## Высота треугольника

19 **определение**  
 $\angle CHB = 90^\circ$   
CH — высота  
20 в остроугольном треугольнике высота внутри треугольника  
в тупоугольном треугольнике высота вне треугольника

# четырёхугольники

## Формулы периметров

25  $P = a + b + c + d$   
параллелограмм через стороны  
26  $P = 2(a + b)$   
прямоугольник  
27  $P = 2(a + b)$   
параллелограмм  
28  $P = 4a$   
квадрат  
29  $P = 4a$   
ромб  
30  $P = a + b + c + d$   
трапеция  
31  $P = 2(a + m)$   
р/б трапеция

## Движение по реке

11  $V_{\text{пр}} = V_1 - V_{\text{теч}}$   
движение против течения  
12  $V_{\text{по}} = V_1 + V_{\text{теч}}$   
движение по течению

## Относительная скорость

13  $V_{\text{сб}} = V_1 + V_2$   
движение навстречу друг другу  
14  $V_{\text{уд}} = V_1 + V_2$   
движение в противоположных направлениях  
15  $V_{\text{отн}} = V_1 - V_2$   
движение в одном направлении  
16  $V_{\text{отн}} = V_1 - V_2$   
движение по кругу в одном направлении  
В диаметрально противоположных точках значит, что между автомобилями половина длины окружности

# совместная работа

## Движение и работа

1 V скорость → P производительность  
S путь → A работа  
t время → t время

## Производительность

2 **определение**  
производительность — это скорость выполнения работы  
3  $P = \frac{A}{t}$   
P — производительность  
A — работа  
t — время

## Свойства производительности

4  $A = 1$   
если всю работу сложно измерить в обычных величинах, то обозначаем ее за 1.  
5  $0 \leq P \leq 1$   
тогда производительность — это часть работы за единицу времени, и это число в промежутке от 0 до 1.  
6  $P = P_1 + P_2$   
если работу выполняет несколько участников, то совместная производительность равна сумме производительности каждого.

# проценты

математика

## Проценты

1 **определение**  
Один процент от числа — это сотая часть числа  
2  $r = \frac{P}{100}$   
десятичная запись процентов p  
3  $S_1 = S \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$   
 $S_1$  — это число S, уменьшенное на p%  
4  $S_2 = S \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$   
 $S_2$  — это число S, уменьшенное на p% n раз  
5  $S_2 = S \cdot (1+r) = S \cdot k$   
увеличение для кредитов  
6  $S_n = S \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$   
 $S_n$  — число S, увеличенное на p% n раз

## Формулы простого %

3  $S_1 = S \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$   
4  $S_2 = S \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$   
5  $S_2 = S \cdot (1+r) = S \cdot k$   
6  $S_n = S \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

## Формула сложного %

6  $S_n = S \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$   
 $S_n$  — число S, увеличенное на p% n раз

# растворы и сплавы

математика

## Растворы и сплавы

1 **определение**  
раствор или сплав — это смесь двух веществ  
2 **определение**  
масса — это количество вещества  
3 **определение**  
концентрация — это процентное содержание вещества в растворе  
4  $c = \frac{m}{m} \cdot 100\%$   
 $0 \leq c \leq 100\%$   
 $m$  — масса основного вещества  
 $m$  — масса всего раствора  
5  $m_3 = m_1 + m_2$   
сумма масс в растворе при смешивании  
6  $c_1 m_1 + c_2 m_2 = c_3 (m_1 + m_2)$   
через концентрацию

## Закон сохранения масс

5  $m_3 = m_1 + m_2$   
сумма масс в растворе при смешивании  
6  $c_1 m_1 + c_2 m_2 = c_3 (m_1 + m_2)$   
через концентрацию

# формулы треугольников

математика

## Углы треугольника

1  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$   
внутренние углы  
2  $\angle CBD + \angle ABC = 180^\circ$   
внешний и внутренний углы  
3  $\angle CBD = \angle ABE = \angle A + \angle C$   
внешние углы

## Признаки равенства треугольников

4  $AC = A_1 C_1$   
 $AB = A_1 B_1$   
 $\angle A = \angle A_1$   
по двум сторонам и углу между ними  
5  $\angle A = \angle A_1$   
 $\angle B = \angle B_1$   
 $AB = A_1 B_1$   
по двум углам и стороне между ними  
6  $BC = B_1 C_1$   
 $AC = A_1 C_1$   
 $AB = A_1 B_1$   
по трем сторонам

## Признаки подобия треугольников

7  $\angle A = \angle A_1$   
 $\angle B = \angle B_1$   
по двум углам  
8  $\frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{AC}{A_1 C_1} = k$   
 $\angle A = \angle A_1$   
по отношению двух сторон к одному равному углу у му ним  
9  $\frac{CB}{C_1 B_1} = \frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{AC}{A_1 C_1} = k$   
по отношению сторон

## Средняя линия треугольника

10 **определение**  
 $AM = MC$ ;  $BN = NC$   
MN — средняя линия  
11  $MN \parallel AB$   
12  $MN = \frac{1}{2} AB$   
13  $\triangle CMN \sim \triangle CAB$

# виды треугольников

математика

## Равнобедренный треугольник

1 **определение**  
 $AC = BC$   
 $\triangle ABC$  — р/б  
2  $\angle A = \angle B$   
3  $AN = NB$   
4  $\angle ACH = \angle HCB$   
5  $\triangle ACH = \triangle BCH$

## Равносторонний треугольник

5 **определение**  
 $AB = BC = AC$   
 $\triangle ABC$  — р/с  
6  $\angle A = \angle B = \angle C$   
7  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = R + r = 3r$   
 $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$  и  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$   
8  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$   
9 точка O — центр вписанной и описанной окружностей

# виды треугольников

математика

## Прямоугольный треугольник

10  $AB^2 = BC^2 + AC^2$   
теорема Пифагора  
11  $s = \frac{1}{2} AC \cdot BC$   
12  $a = \frac{1}{2} AB$  при  $\angle A = 30^\circ$   
катет, лежащий против угла 30°  
13  $CH^2 = AH \cdot HB$   
высота из прямого угла  
14  $CM = AM = BM$   
медиана из прямого угла  
15  $\triangle AMC$  и  $\triangle CMB$  р/б

## Тригонометрия в геометрии

16  $\sin A = \frac{BC}{AB}$   
17  $\cos A = \frac{AC}{AB}$   
18  $\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$   
19  $\operatorname{ctg} A = \frac{AC}{BC}$

# четырёхугольники

математика

## Углы при параллельных прямых

1  $\angle 2 = \angle 5$ ,  $\angle 1 = \angle 6$   
накрест лежащие углы  
2  $\angle 2 = \angle 7$ ,  $\angle 5 = \angle 4$   
 $\angle 3 = \angle 6$ ,  $\angle 1 = \angle 8$   
соответственные углы  
3  $\angle 2 + \angle 6 = 180^\circ$   
 $\angle 3 + \angle 7 = 180^\circ$   
односторонние углы  
4  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$   
внутренние углы

## Углы четырёхугольников

4  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$   
внутренние углы

# четырёхугольники

математика

## Свойства параллелограмма

5 **определение**  
 $AB \parallel CD$ ,  $BC \parallel AD$   
 $ABCD$  — параллелограмм  
6  $\angle A = \angle C$ ,  $\angle B = \angle D$   
противоположные углы равны  
7  $\angle A + \angle B = 180^\circ$   
 $\angle C + \angle D = 180^\circ$   
углы при одной стороне  
8  $AB = CD$ ,  $BC = AD$   
противоположные стороны равны  
9  $BE = ED$ ,  $AE = EC$   
точка пересечения диагоналей

## Свойства ромба

10 **определение**  
 $AB = BC = CD = AD$   
 $ABCD$  — ромб  
11 выполняются все свойства параллелограмма  
12  $\angle AEB = 90^\circ$   
диагонали перпендикулярны  
13  $\angle ABE = \angle CBE = \angle ADE = \angle CDE$   
 $\angle BAE = \angle DCE = \angle DAE = \angle BCE$   
диагонали ромба — биссектрисы углов

# четырёхугольники

математика

## Свойства трапеции

14 **определение**  
 $BC \parallel AD$ ,  $BC \neq AD$   
 $ABCD$  — трапеция  
15  $\angle A + \angle B = 180^\circ$   
 $\angle C + \angle D = 180^\circ$   
углы при боковой стороне  
16  $BH = SK$   
высоты  
17 **определение**  
 $AM = MB$ ,  $CN = ND$   
MN — средняя линия  
18  $MN \parallel BC \parallel AD$   
19  $MN = \frac{1}{2} (BC + AD)$

## Равнобедренная трапеция

20  $AB = CD$   
боковые стороны  
21  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle B = \angle C$   
углы при основании  
22  $\angle A + \angle C = 180^\circ$   
 $\angle B + \angle D = 180^\circ$   
противоположные углы  
23  $AN = KD$   
24  $AC = BD$   
диагонали

# окружности

математика

## Углы и дуги в окружности

1 **определение**  
 $\sphericalangle AB$  — дуга окружности  
2 **определение**  
вершина — центр окружности  
 $\angle AOB$  — центральный угол  
3 **определение**  
вершина лежит на окружности  
 $\angle ACB$  — вписанный угол  
4  $\sphericalangle AB = \sphericalangle AOB$   
центральный угол равен дуге, на которую опирается  
5  $\sphericalangle AB + \sphericalangle BC + \sphericalangle AC = 360^\circ$

## Свойства углов окружности

6  $\angle ADB = \angle ACB = \angle AEB$   
вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, равны  
7  $\angle ACB = \frac{\sphericalangle AOB}{2}$   
вписанный угол равен половине дуги, на которую опирается, и половине центрального угла  
8  $\angle ACB = 90^\circ$   
угол, опирающийся на диаметр, прямой

# окружности

математика

## Секунная, хорда, касательная

9 **определение**  
СК — секущая  
прямая, пересекающая окружность  
10 **определение**  
СВ — хорда  
отрезок, концы которого лежат на окружности  
11 **определение**  
АК — касательная  
прямая, у которой 1 общая точка с окружностью

## Свойства касательных

12  $\angle OCM = 90^\circ$   
С — точка касания  
угол между касательной и радиусом, проведенным в точку касания  
13  $\angle MCA = \frac{\sphericalangle COA}{2} = \frac{\sphericalangle AC}{2}$   
угол между касательной и хордой в точку касания равен половине дуги между хордой и касательной  
14 для двух касательных из одной точки  
 $\triangle OAK = \triangle OVK$   
 $KA = KV$   
отрезки  
 $\angle OKA = \angle OKV$   
 $\angle AOK = \angle BOK$   
углы

# окружности

математика

## Вписанная окружность

15 **определение**  
вписанная окружность касается всех сторон фигуры  
16 в любой  $\triangle$  можно вписать  $\odot$ , притом только одну  
17 **признак вписанной окружности**  
в четырёхугольник можно вписать окружность, если  $\frac{P}{2}$   
 $AB + CD = BC + AD = \frac{P}{2}$   
18 **свойства вписанных  $\odot$  в  $\triangle$**   
центр вписанной окружности лежит на пересечении биссектрис  
 $\angle BAE = \angle CAE$   
 $\angle ABF = \angle CBF$   
 $\angle ACL = \angle BCL$   
19 отрезки от вершин до точек касания попарно равны (по сторонам)  
 $AN = AK$ ,  $BN = BP$ ,  $CK = CP$   
 $P = 2(AN + BP + CK)$

# окружности

математика

## Свойства вписанных $\odot$ в $\triangle$

20  $\triangle ANO = \triangle AKO$   
 $\triangle CKO = \triangle CPO$   
 $\triangle BNO = \triangle BPO$   
21 **определение**  
описанная  $\odot$  проходит через все вершины фигуры  
22 около любого  $\triangle$  можно описать  $\odot$ , притом только одну  
23 вокруг четырёхугольника можно описать окружность, если  $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$

# окружности

математика

## Теорема синусов

24  $\frac{CB}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$

## Площади через радиусы окружности

25  $S = pr$ , где  $p = \frac{P}{2}$   
по радиусу вписанной  $\odot$   
26  $S = \frac{abc}{4R}$   
по радиусу описанной  $\odot$

## Площадь круга и длина окружности

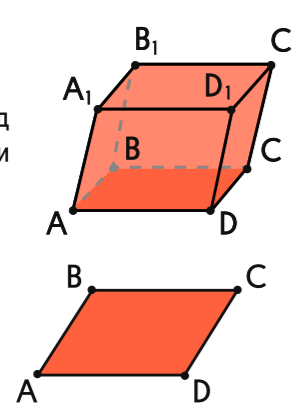
27  $S = \pi R^2$   
площадь круга  
28  $\ell = 2\pi R$   
длина окружности  
29  $S_{\alpha} = \frac{\alpha}{360^\circ} \pi R^2$   
площадь сектора  
30  $\ell_{\alpha} = \frac{\alpha}{360^\circ} 2\pi R$   
длина дуги

# параллелепипеды

matematika

## Параллелепипед

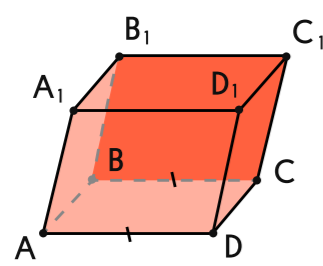
1 определение  
ABCD, B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> — параллелепипед 6-гранник, противоположные грани которого попарно параллельны



2 грани параллелепипеда — параллелограммы

## Свойства параллелепипедов

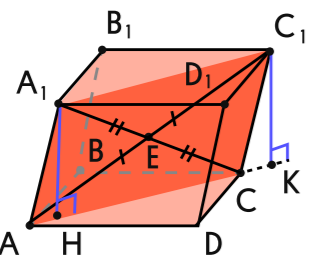
3 ABCD = A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>  
AA<sub>1</sub>D<sub>1</sub>D = BB<sub>1</sub>C<sub>1</sub>C — противоположные грани равны



4 BC = AD  
соответственные ребра равны

5 A<sub>1</sub>H = C<sub>1</sub>K  
все высоты равны

6 AE = EC<sub>1</sub>  
A<sub>1</sub>E = EC  
диагонали точкой пересечения делятся пополам

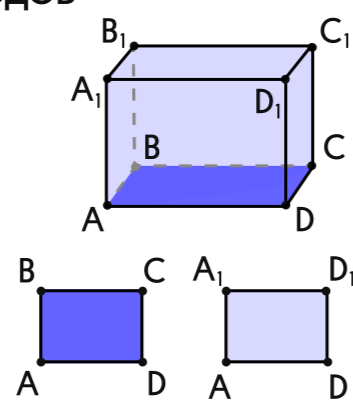


# параллелепипеды

matematika

## Виды параллелепипедов

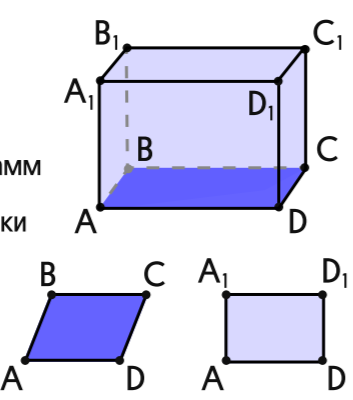
7 определение  
ABCD, A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> — прямоугол. параллелепипед



все грани — прямоугольники

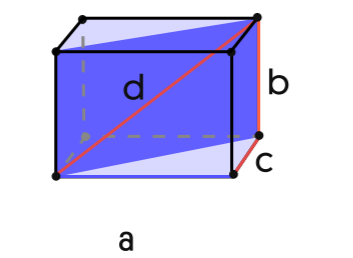
## 8 определение

ABCD, A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> — прямой параллелепипед основание — параллелограмм бок. грани — прямоугольники  
ABCD — параллелограмм AA<sub>1</sub>D<sub>1</sub>D — прямоугольник



## Диагонали параллелепипеда

9 d<sup>2</sup> = a<sup>2</sup> + b<sup>2</sup> + c<sup>2</sup>

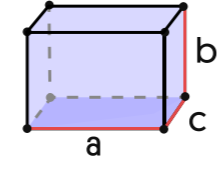


# параллелепипеды

matematika

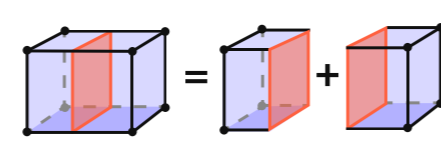
## Объем параллелепипеда

10 V = abc

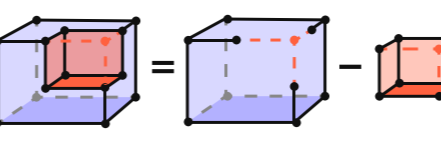


## Свойства объемов

11 V<sub>0</sub> = V<sub>1</sub> + V<sub>2</sub>

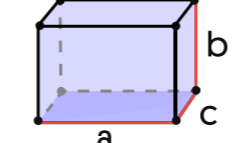


12 V<sub>0</sub> = V<sub>1</sub> - V<sub>2</sub>



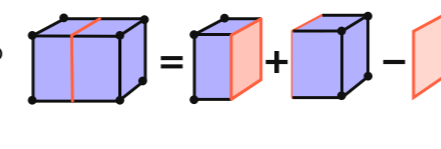
## Площадь поверхности

13 S<sub>п</sub> = 2(ab + bc + ac)

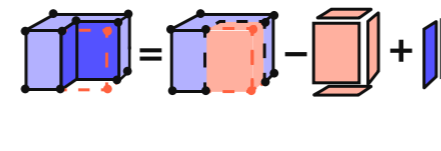


## Свойства площадей

14 S<sub>0</sub> = S<sub>1</sub> + S<sub>2</sub> - 2S<sub>p</sub>



15 S<sub>0</sub> = S<sub>д</sub> - S<sub>п</sub> + S<sub>п</sub>

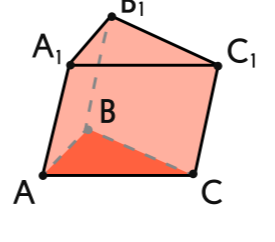


# призмы

matematika

## Призма

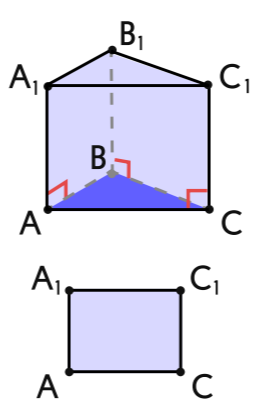
1 определение  
ABCA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> — призма фигура с параллельными и равными многоугольниками в основаниях



2 боковые грани призмы — параллелограммы AA<sub>1</sub>C<sub>1</sub>C — параллелограмм

## Виды призм

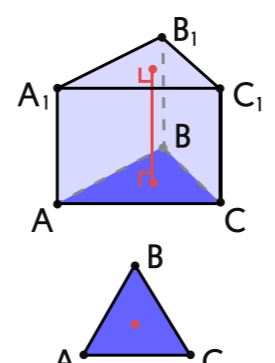
3 определение  
ABCA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> — прямая призма боковое ребро — высота AA<sub>1</sub> = BB<sub>1</sub> = CC<sub>1</sub> = h



боковые грани — равные прямоугольники

## 4 определение

ABCA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> — правильная призма основание — правильная фигура



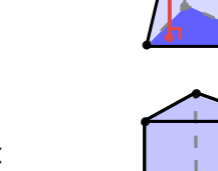
боковые грани — равные прямоугольники прямая призма

# призмы

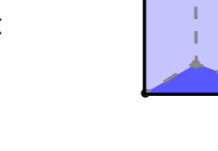
matematika

## Объем призмы

5 V = S<sub>осн</sub> h

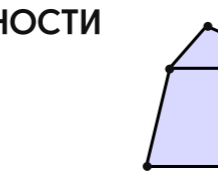


6 V = S<sub>осн</sub> h = S<sub>осн</sub> C

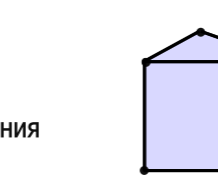


## Площадь поверхности

7 S<sub>п</sub> = 2S<sub>осн</sub> + S<sub>бок</sub>



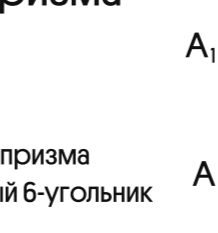
8 S<sub>п</sub> = 2S<sub>осн</sub> + hP



## Шестиугольная призма

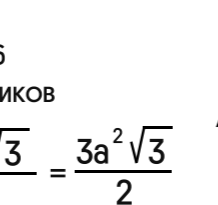
9 определение

ABCDEF, B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>E<sub>1</sub>F<sub>1</sub> — правильная 6-угольная призма в основании правильный 6-угольник



10 6-угольник делится на 6 правильных треугольников

S<sub>осн</sub> = 6S<sub>Δ</sub> = 6 \* (a^2 \* sqrt(3) / 4) = 3a^2 \* sqrt(3) / 2

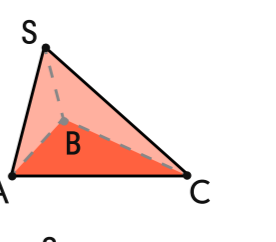


# пирамиды

matematika

## Пирамида

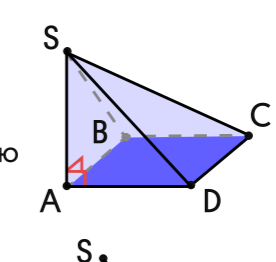
1 определение  
SABC — пирамида многогранник, который имеет основание и вершину S — вершина ABC — основание



2 боковые грани пирамиды — треугольники ASC — треугольник

## Виды пирамид

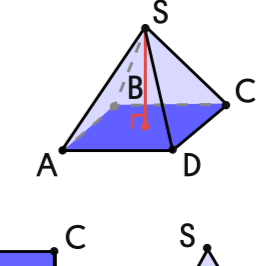
3 определение  
SABC — прямая пирамида ребро перпендикулярно основанию



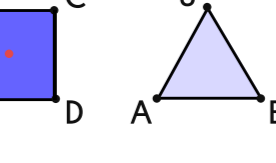
2 боковые грани — прямоугольные треугольники SA = h

## 4 определение

SABC — правильная пирамида основание — правильная фигура высота падает в центр основания SA = SB = SC = SD



боковые ребра равны

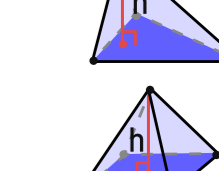


# пирамиды

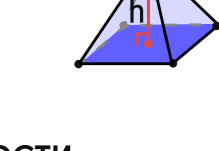
matematika

## Объем пирамиды

5 V = 1/3 S<sub>осн</sub> h

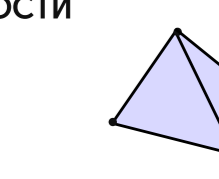


6 V = 1/3 S<sub>осн</sub> h

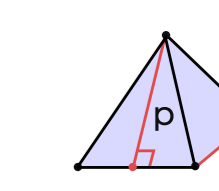


## Площадь поверхности

7 S<sub>п</sub> = S<sub>осн</sub> + S<sub>бок</sub>

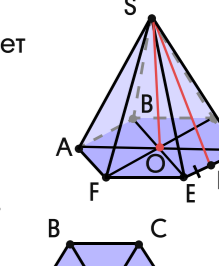


8 S<sub>п</sub> = S<sub>осн</sub> + S<sub>бок</sub>

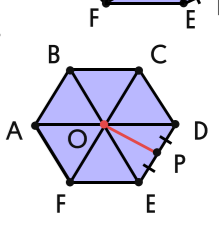


## Правильная 6-угольная пирамида

9 апофема пирамиды падает на середину ребра оси EP = PD



10 высота пирамиды падает в центр пересечения диагоналей SO — высота

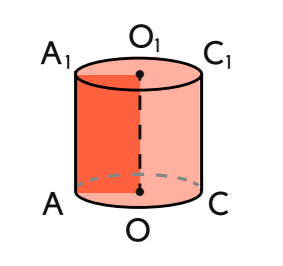


# цилиндры

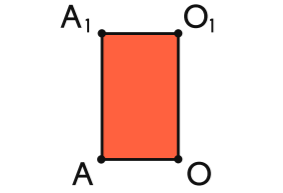
matematika

## Цилиндр

1 определение  
цилиндр — фигура вращения прямоугольника вокруг стороны OO<sub>1</sub> — ось цилиндра

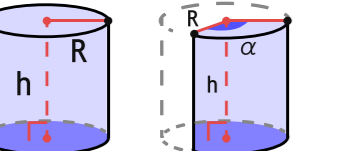


2 ось и образующая равны и параллельны AA<sub>1</sub> — образующая AA<sub>1</sub> = OO<sub>1</sub> = CC<sub>1</sub> = h



## Объем цилиндра

3 V = πR<sup>2</sup> h

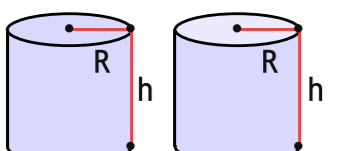


4 V = (α/360) πR<sup>2</sup> h

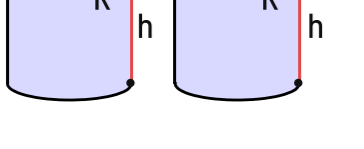


## Площадь поверхности

5 S<sub>п</sub> = 2πR(R + h)



6 S<sub>бок</sub> = 2πRh

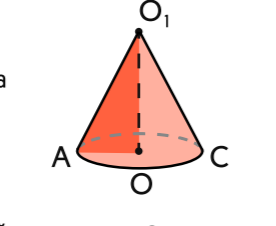


# конусы

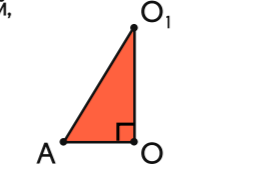
matematika

## Конус

1 определение  
конус — фигура вращения прямоугольного треугольника вокруг катета OO<sub>1</sub> — ось конуса O<sub>1</sub> — вершина

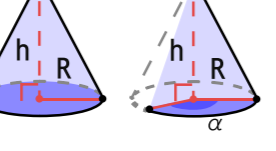


2 образующие равны м/у собой, но всегда больше высоты AO<sub>1</sub> — образующая AO<sub>1</sub> = O<sub>1</sub>C = l OO<sub>1</sub> = h

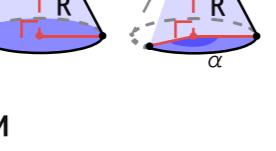


## Объем конуса

3 V = 1/3 πR<sup>2</sup> h

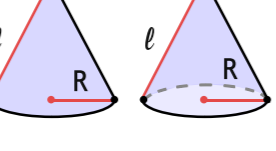


4 V = (α/360) 1/3 πR<sup>2</sup> h

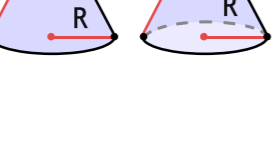


## Площадь поверхности

5 S<sub>п</sub> = πR(R + l)



6 S<sub>бок</sub> = πRl

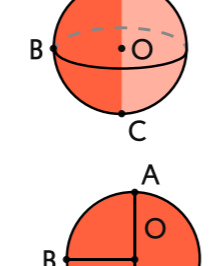


# шары

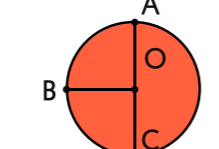
matematika

## Шар

1 определение  
шар — фигура вращения полукруга вокруг диаметра



2 шар — множество точек в пространстве, которые равноудалены от центра AO = BO = CO = R



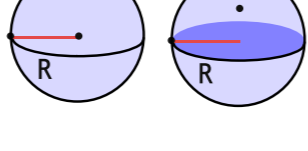
## Объем шара

3 V = 4/3 πR<sup>3</sup>

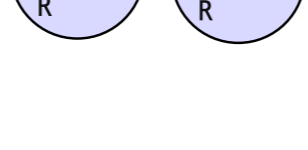


## Площадь поверхности

4 S<sub>п</sub> = 4πR<sup>2</sup>



5 S = πR<sup>2</sup>

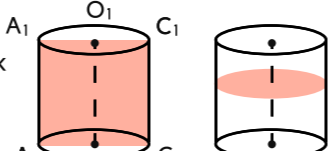


# сечения

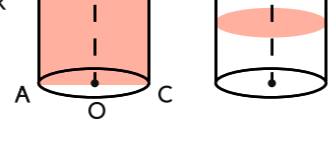
matematika

## Сечения цилиндра

1 осевое сечение AA<sub>1</sub>C<sub>1</sub>C — прямоугольник

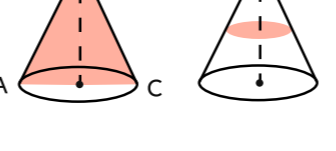


2 сечение // основанию



## Сечения конуса

3 осевое сечение ΔAO<sub>1</sub>C — p/б

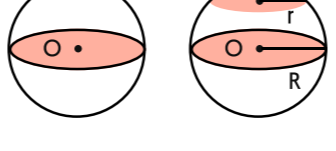


4 сечение // основанию



## Сечения шара

5 центральное сечение

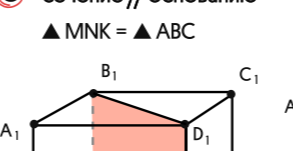


6 сечение // центральному r < R



## Сечения параллелепипеда (призмы)

7 диагональное сечение BB<sub>1</sub>D<sub>1</sub>D

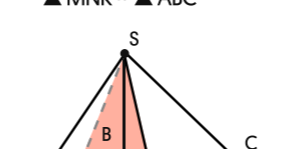


8 сечение // основанию ΔMNC — ΔABC

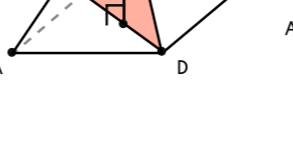


## Сечения пирамиды

9 высотное сечение SBD



10 сечение // основанию ΔMNC — ΔABC

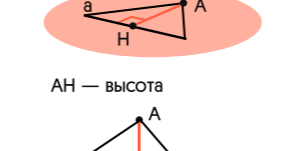


# РАССТОЯНИЯ

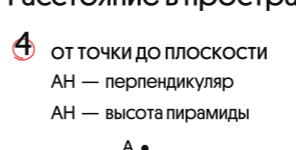
matematika

## Расстояние в плоскости

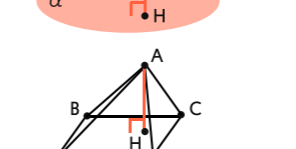
1 определение  
расстояние — кратчайший отрезок



2 от точки до прямой AN — перпендикуляр



3 между // прямыми AN — взаимный перпендикуляр



4 от точки до плоскости AN — перпендикуляр AN — высота пирамиды



5 между // плоскостями AN — взаимный перпендикуляр AN — высота

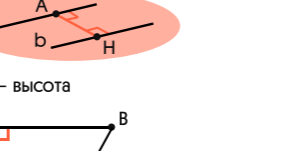


# УГЛЫ

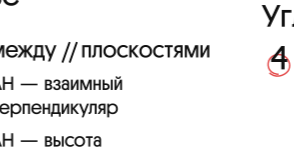
matematika

## Углы между прямыми

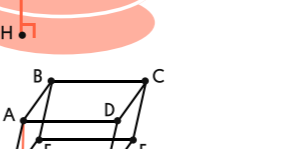
1 определение  
наименьший угол (острый)



2 м/у пересекающимися a ⊥ b, a ⊥ b, ∠1 = ∠3

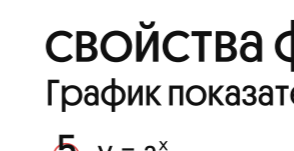


3 м/у скрещивающимися a ⊥ b, a ⊥ b, ∠1 = ∠3

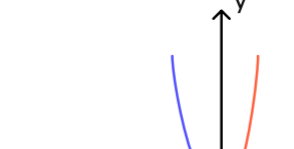


## Углы к плоскостям

4 м/у прямой и плоскостью a ⊥ α, ∠β = ∠ANB SA ⊥ α, ∠β = ∠SAO



5 между // плоскостями ∠α = ∠β = ∠ANB (SAB) ∠α = ∠SFC

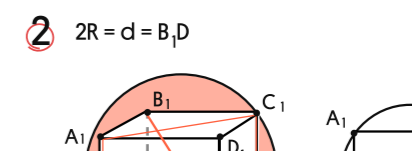


# КОМБИНАЦИИ ТЕЛ

matematika

## Шар + параллелепипед

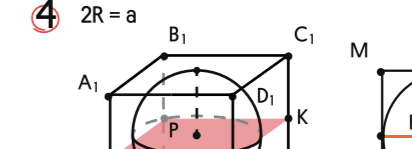
1 шар описан около параллелепипеда, когда он прямоугольный



2 2R = d = B, D



3 шар вписан в параллелепипед, если он — куб



4 2R = a

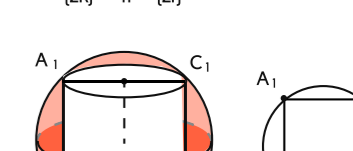


# КОМБИНАЦИИ ТЕЛ

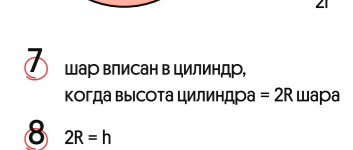
matematika

## Шар + цилиндр

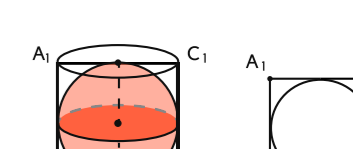
5 шар описан около цилиндра в любом случае



6 2R = d [2R]^2 = h^2 + [2r]^2



7 шар вписан в цилиндр, когда высота цилиндра = 2R шара



8 2R = h



9 R<sub>ш</sub> = R<sub>ц</sub> = R

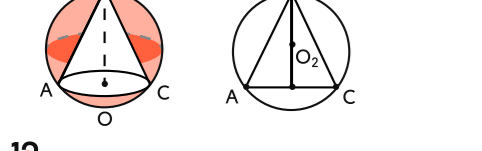


# КОМБИНАЦИИ ТЕЛ

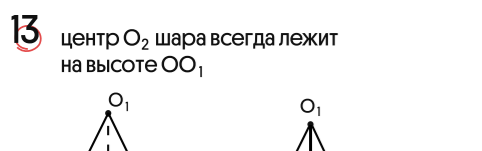
matematika

## Шар + конус

10 шар описан около конуса в любом случае



11 центр O<sub>2</sub> шара всегда лежит на высоте OO<sub>1</sub>, или ее продолжении



12 шар вписан в конус в любом случае



13 центр O<sub>2</sub> шара всегда лежит на высоте OO<sub>1</sub>



## Цилиндр + призма

14 цилиндр вписан в призму, если она прямая и в основании можно вписать окружность



15 h<sub>ц</sub> = h<sub>п</sub>

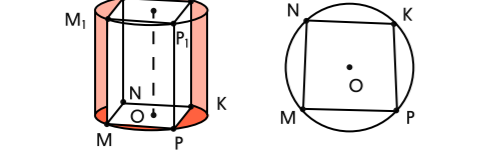


# КОМБИНАЦИИ ТЕЛ

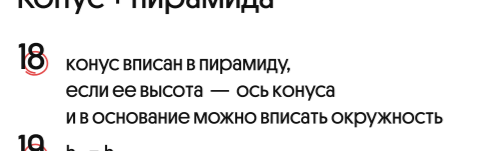
matematika

## Шар + конус

16 цилиндр описан около призмы, если она прямая около основания можно описать окружность



17 h<sub>ц</sub> = h<sub>п</sub>



## Конус + пирамида

18 конус вписан в пирамиду, если ее высота — ось конуса и в основании можно вписать окружность

